

Kabul Örneklemesinde Kullanılan Plan Çeşitleri

Kabul örneklemesinde numune alma aşağıdaki örnekleme planları ile yapılır. Bunlar:

- Tek (single) katlı örnekleme planı
- Çift (double) katlı örnekleme planı
- Üçlü örnekleme planı
- Çoklu (multiple) katlı örnekleme planı
- Ardışık (sequential) katlı örnekleme planı
- Sürekli örnekleme planı

1. Tek katlı (Tekli) Örnekleme Planı

Partiden yalnız bir defada alınan birimler üzerinde yapılan muayene ile parti hakkında kabul veya red kararına ulaşma şeklidir. Burada, N partilik ürünlerden rasgele olarak n birimlik örnekleme alınır ve %100 muayeneye tabi tutulur. Alınan numunelerin kusurlu/kusursuz incelemesi yapılarak d : kusurlu sayısı tahmin edilir. C: partinin kabulü için örnekte bulunması gereken en büyük kusurlu sayısı ile karşılaştırmalar yapılarak parti hakkında karar verilir. Burada: N, n, c temel elemanlardır. Eğer;

$d \leq c$ ise parti kabul edilir.

$d > c$ ise parti red edilir.

Tek katlı örnekleme göre partinin kabul edilme olasılığı;

$$P(a) = P(d \leq c) = P(d = 0) + P(d = 1) + \dots + P(d = c)$$

yazılarak hesaplanır.

Örnek:

Bir işletmede uygulanan örnekleme planına göre üretim partilerinin %10'u kadar bir örnek grubu seçilerek muayene edilmektedir. Seçilen örnek grubunun %2'si veya daha azı kusurlu ise parti kabul, aksi halde reddedilecektir. Bir partinin 2000 elemandan meydana geldiği ve bunlardan 80 tanesinin kusurlu olduğu biliniyorsa, tek katlı örnekleme planına göre partinin kabul olasılığı kaçtır?

Çözüm:

$N = 2000$, $d = 80$, $p = 80/2000 = 0.04$ olduğundan $n = 200$ olacaktır. $200 \cdot (0.02) = 4$ adet kusur olacaktır. Plana göre,

$d \leq c = 4$ ise parti kabul edilir. Eğer $d > c = 4$ ise parti reddedilir. Burada kabul olasılığı için poisson dağılımı kullanılabilir. Bu durumda, $\lambda = 200 \cdot (0.04) = 8$ olacaktır. Böylece kabul olasılığı $P(a) = \sum_{d=0}^4 \frac{e^{-8} 8^d}{d!} = 0.10$ bulunur. Sonuç olarak, %4 kusurlu oranı ile gelen bir partinin tekli plana göre kabul olasılığı 0.10 olacaktır. Aynı sonuca diğer belirtilen olasılık dağılımları ile de yaklaşık olarak ulaşılabilir.

Örnek:

$N = 2000, n = 150, c = 4$ ile planlanan tekli numune alma planına göre aşağıdaki değişik parti kaliteleri için kabul olasılıklarını bulunuz.

P	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08
---	------	------	------	------	------	------	------	------	------

Çözüm:

Poisson dağılımı yardımıyla; örneğin $p = 0.01$ için kabul olasılığı $P(a)$ 'yi bulmak için;

$\lambda = np = 150 \cdot (0.01) = 1.5$ olacaktır. Böylece kabul olasılığı $P(a) = \sum_{d=0}^4 \frac{e^{-1.5} 1.5^d}{d!} = 0.98$

bulunur. Diğer belirtilen p 'ler için $\lambda = np = 150 \cdot (*)$ yardımıyla $(*)$ yerine diğer p değerlerini koyarak λ değerleri hesaplanabilir. Sonuçlar aşağıdaki tabloda verilmiştir.

P	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08
P(a)	1.000	0.981	0.815	0.532	0.285	0.132	0.055	0.021	0.008

2. Çift katlı (İkili) Örneklem Planı

Tek örneklemeden farklı olarak partiye ikinci bir şans tanınır. Bu örneklemede örnek iki aşamalı olarak alınır. Plan için gerekli ifadeler şöyledir:

n_1 : N'lik partiden ilk olarak seçilen örneklem genişliği

n_2 : N'lik partiden ikinci olarak seçilen örneklem genişliği

c_1 : birinci örneklem için kabul edilen en büyük kusurlu sayısı

c_2 : ikinci örneklem için kabul edilen en büyük kusurlu sayısı

d_1 : n_1 'lik örnekte bulunan kusurlu sayısı

d_2 : n_2 'lik örnekte bulunan kusurlu sayısı

Plan için işleyiş şöyledir:

N 'lik partiden n_1 'lik örneklem alınır. Eğer $d_1 \leq c_1$ ise parti kabul edilir. $d_1 > c_1$ ise parti reddedilir. Eğer; $c_1 < d_1 \leq c_2$ ise n_2 'lik ikinci bir örneklem alınır. Bu durumda, $d_1 + d_2 \leq c_2$ ise parti kabul, $d_1 + d_2 > c_2$ ise parti reddedilir.

Örnek:

Aşağıdaki çift katlı plana göre $p = 0.01$ bozuk oranı ile gelen $N = 500$ 'lük partilerin kabul edilme olasılığını bulunuz. ($n_1 = 20, c_1 = 0, n_2 = 30, c_2 = 2$)

Plana göre; $n_1 = 20$ 'de $d_1 \leq c_1 = 0$ ise kabul,

$n_2 = 30$ 'da $d_1 + d_2 \leq c_2 = 2$ ise kabul olacaktır.

Çözüm:

n_1 ve n_2 yeteri kadar büyük ve p 'de küçük olduğu kabul edilerek Poisson dağılımı ile çözüme gidilebilir. Kabul olasılığı;

$P(\text{Kabul}/d_1 \leq c_1 = 0, d_1 + d_2 \leq c_2 = 2)$ ile bulunacaktır. Buna göre,

$P(a_1) \Rightarrow d_1 \leq c_1 = 0$ dan kabul için $d_1 = 0$ olmalı.

$P(a_2) \Rightarrow d_1 + d_2 \leq c_2 = 2$ dan kabul için

$$d_1 = 1, d_2 = 0 \leq c_2 = 2$$

$$d_1 = 1, d_2 = 1 \leq c_2 = 2$$

$$d_1 = 2, d_2 = 0 \leq c_2 = 2$$

O halde Poisson dağılımı yardımıyla;

$$\lambda_1 = n_1 \cdot p = 20 \cdot (0.01) = 0.2$$

$$\lambda_2 = n_2 \cdot p = 30 \cdot (0.01) = 0.3 \text{ alınarak,}$$

$$P(d_1 = 0) + P(d_1 = 1, d_2 = 0) + P(d_1 = 1, d_2 = 1) + P(d_1 = 2, d_2 = 0)$$

$$\left(\frac{e^{-0.2} 0.2^0}{0!} \right) + \left(\frac{e^{-0.2} 0.2^1}{1!} \cdot \frac{e^{-0.3} 0.3^0}{0!} \right) + \left(\frac{e^{-0.2} 0.2^1}{1!} + \frac{e^{-0.3} 0.3^1}{1!} \right) + \left(\frac{e^{-0.2} 0.2^2}{2!} + \frac{e^{-0.3} 0.3^0}{0!} \right) = 0.9885$$

olarak bulunur.

Verilen çift katlı plana göre $p = 0.01$ bozuk oranı ile gelen partinin kabul olasılığı $P(a) = 0.9885$ bulunmuştur. Bu sonuç $1 - \alpha$ sonucu demektir. O halde üretici riski $\alpha = 1 - 0.9885 = 0.0115$ olacaktır.

Örnek:

$N = 400, n_1 = 10, c_1 = 0, n_2 = 20, c_2 = 3$ çift örnekli örnekleme kabul planı için;

- Kabul planını açıklayınız.
- 0.05 kusurlu oranına ait kabul olasılığını bulunuz.

c) KKD ve PT değerlerini bularak yorumlayınız.

Çözüm:

a) Çift katlı örnekleme planına göre $N = 400$ birimlik partiden önce $n_1 = 10$ birimlik birinci örnek alınacaktır. Bu 10 örnek %100 muayeneye tabi tutulacak ve $d_1 =$ kusurlu sayısı belirlenecektir. Plana göre eğer 10 tane de hiç kusurlu çıkmazsa $N = 400$ 'lük parti kabul edilecek, eğer 10 tane de 3'den fazla kusurlu çıkarsa $N = 400$ 'lük parti reddedilecektir. Yine plan işleyişine göre $n_1 = 10$ 'daki kusurlu sayısı 1,2,3 olursa $n_2 = 20$ 'lik ikinci bir örnek $N = 400$ 'lük partiden alınacak ve buradaki $d_2 =$ kusurlu sayısı tespit edilecektir. Eğer n_1 ve n_2 'deki kusurlu sayıları toplamı $d_1 + d_2 \leq c_2 = 3$ olursa parti kabul edilecek, $d_1 + d_2 > c_2 = 3$ olursa parti reddedilecektir.

b) Kabul durumları;

$$d_1 = 0$$

$$d_1 = 1 \text{ ve } d_2 \leq 2$$

$$d_1 = 2 \text{ ve } d_2 \leq 1$$

$$d_1 = 3 \text{ ve } d_2 \leq 0$$

şeklinde sıralanır. $p = 0.05$ esas alındığında; Poisson dağılımı yardımıyla

$$\lambda_1 = n_1 p = 10(0.05) = 0.5$$

$$\lambda_2 = n_2 p = 20(0.05) = 1$$

$$P(d_1 = 0) = \exp(-0.5) \cdot 0.5^0 / 0! = 0.6065$$

$$P(d_1 = 1) = \exp(-0.5) \cdot 0.5^1 / 1! = 0.3033$$

$$P(d_1 = 2) = \exp(-0.5) \cdot 0.5^2 / 2! = 0.0758$$

$$P(d_1 = 3) = \exp(-0.5) \cdot 0.5^3 / 3! = 0.0126$$

$$P(d_2 = 0) = \exp(-1) \cdot 1^0 / 0! = 0.3679$$

$$P(d_2 = 1) = \exp(-1) \cdot 1^1 / 1! = 0.3679$$

$$P(d_2 = 2) = \exp(-1) \cdot 1^2 / 2! = 0.1839$$

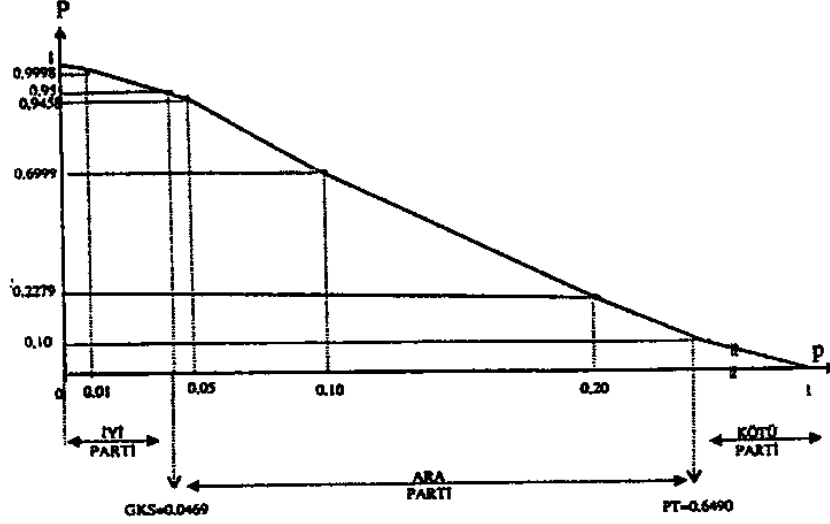
bulunur. Kabul durumları üzerinden;

$$\begin{aligned} P(a) &= P(d_1 = 0) + P(d_1 = 1) \cdot P(d_2 \leq 2) + P(d_1 = 2) \cdot P(d_2 \leq 1) + P(d_1 = 3) \cdot P(d_2 = 0) \\ &= 0.6065 + (0.3033 \cdot (0.3679 + 0.3679 + 0.1839)) + (0.0758 \cdot (0.3679 + 0.3679)) + (0.126) \cdot (0.3679) \\ &= 0.9458 \end{aligned}$$

bulunur.

c) Birçok değişik kusurlu oranları için $P(a)$ olasılıkları hesaplanabilir. Sonuçlar aşağıdaki tabloda gösterilmektedir.

P	0.00	0.01	0.05	0.10	0.20	1
P(a)	1.000	0.9998	0.9458	0.6999	0.2279	0



Buna göre,

KKD ve PT değerleri oransal işlemler yardımıyla bulunabilir.

KKD için;

$$0.9998 - 0.9458 = 0.054 \Rightarrow 0.05 - 0.01 = 0.04$$

$$0.9998 - 0.95 = 0.0498 \Rightarrow X \text{ dersek, buradan;}$$

$X = (0.0498).(0.04)/0.054 = 0.0369$ olarak bulunur ve $KKD = 0.01 + 0.0369 = 0.0469$ olur.

PT için;

$$0.2279 - 0 = 0.2279 \Rightarrow 1 - 0.20 = 0.80$$

$$0.2279 - 0.10 = 0.1279 \Rightarrow X \text{ dersek, buradan;}$$

$X = (0.1279).(0.80)/0.2279 = 0.4490$ olarak bulunur ve $PT = 0.20 + 0.4490 = 0.6490$ olur.

Yorum:

- Başta verilen çift örnekli plana göre, $N = 400$ birimlik bir partinin iyi parti olarak kabul edilmesi için en fazla %4.49 oranında kusurlu birim içermesi gerekir. (İyi partideki en fazla kusurlu birim sayısı : $400 (0.0469) = 19$).
- Kusurlu oranı %64.9'dan fazla olan partiler kötü partiler olarak kabul edilecektir. (400 birimlik partideki kusurlu birim sayısı: $400 (0.6490) = 260$ ve daha fazla ise bu parti kötüdür).

- Kusurlu sayısı: 19 – 260 arasında olan partiler ara partilerdir.